Matthias Jauernig
Kurs: 03In1

14.10.03

1. Aufgabenserie zu den Grundlagen der Informatik

Abgabetermin: Mi, 15.10.03

Zu 1.) Größter gemeinsamer Teiler von m=21 und n=15 ist gleich 3;
Tracetabellen:

Zu Algorithmus (a):

m	**n**
21	15
6	15
6	9
6	3
3	3

Zu Algorithmus (b):

m	**n**	**r**
21	15	
15	6	6
6	3	3
3	0	0

Zu Algorithmus (c):

m	**n**	**r**
21	15	
15	6	6
6	3	3
3	0	0

Sind die 3 Algorithmen äquivalent, d.h. liefern sie stets bei gleichen ganzzahligen Eingabewerten dieselben Ausgabewerte?:

→ Nein! Die Algorithmen sind nicht äquivalent, wie sich an folgenden Gegenbeispielen zeigen lässt:

1. Sind m und n ganzzahlige Zahlen ungleich 0, so sind die 3 Algorithmen äquivalent (d.h. sie liefern dasselbe Ergebnis).

2. Wenn m=0 und n≠0, dann verfängt sich (a) in einer Endlosschleife (da folgt: „dann n:=n-m“ ↔ „dann n:=n-0“ ↔ „dann n:=n“, d.h. keine Wertänderung von n), (b) und (c) führen jeweils zu einem Ergebnis (0, da „0 mod n“=0).

3. Wenn m≠0 und n=0, dann verfängt sich (a) wieder in einer Endlosschleife („dann m:=m-0“), (b) führt durch die kopfgesteuerte Schleife zu einem Abbruch dieser

4. vor dem ersten Durchlauf und (c) liefert eine Gleitkomma-Ausnahme aufgrund der Division durch 0, die durch die fußgesteuerte Schleife hervor gerufen wird.

5. Wenn m=0 und n=0, dann führen (a) und (b) zu einem Ergebnis (=0), (c) aber wiederum zu einer Gleitkomma-Ausnahme aufgrund der Division durch 0.

→ Aus 2.-4. folgt: Die Algorithmen sind nicht äquivalent für die Input-Menge der ganzen Zahlen!

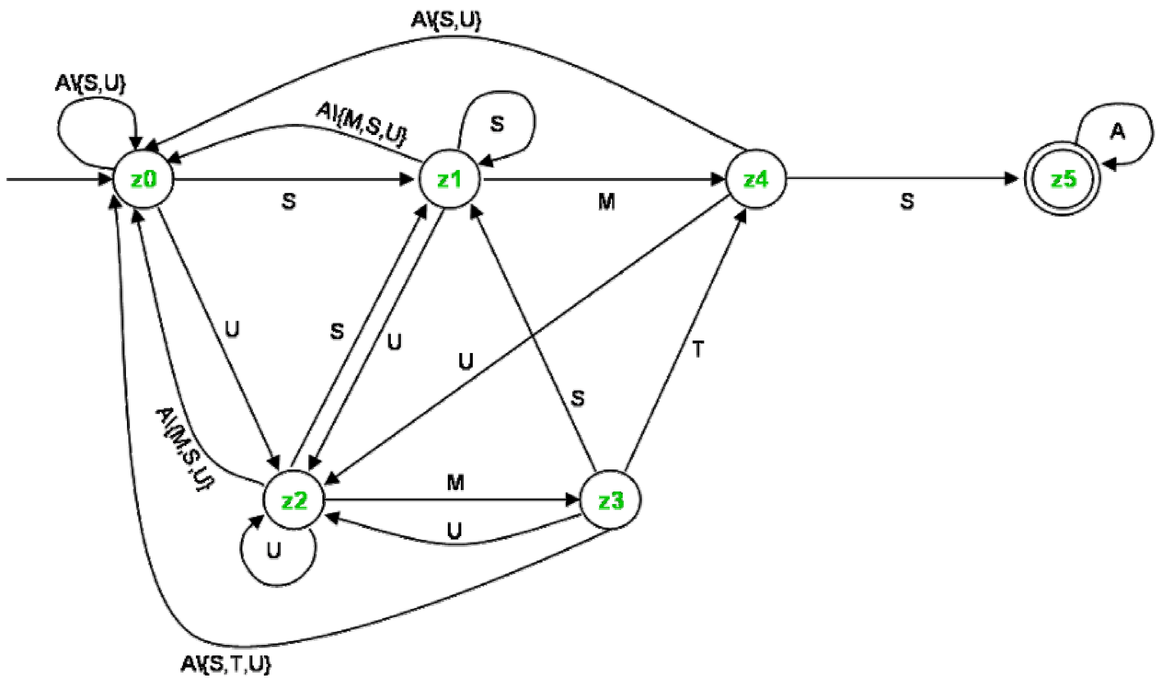
Zu 2.) Es ist zu zeigen, dass sich der in der Vorlesung angegebene Akzeptor genau dann im Zustand z3 befindet, wenn das Wort „SMS“ in einer Zeichenkette vorgekommen ist.

Beweisführung: 1. Fallunterscheidung:

1.) gesetzt der Fall, dass „SMS“ irgendwo in der Zeichenkette vorkommt:
(a) am Anfang befindet sich der Akzeptor im Anfangszustand z0;
ist das momentan betrachtete Zeichen im Zustand z0 ein 'S', so geht der Akzeptor in den Zustand z1 über; für alle anderen Zeichen des Eingabealphabets bleibt er im Zustand z0;
(b) nach Eingabe von 'S' befindet sich der Akzeptor im Zustand z1;
wird hier ein 'S' eingegeben, so verbleibt er im Zustand z1 (das 'S' könnte ja ein Indiz für den Anfang eines neuen „SMS“-Wortes sein);
wird ein 'M' eingegeben (d.h. ein weiteres Zeichen von „SMS“ erkannt), so geht der Akzeptor in den Zustand z2 über;
für Zeichen außer 'S' und 'M' wird wieder zurück in den Anfangszustand z0 gewechselt;
(c) nach Eingabe von 'S' und 'M' befindet sich der Akzeptor im Zustand z2;
wird ein 'S' eingegeben (d.h. das Wort „SMS“ vervollkommnet), so geht der Akzeptor in seinen Endzustand z3 über;
für alle Zeichen außer 'S' wird zum Anfangszustand z0 gewechselt
(d) demzufolge befindet sich der Akzeptor nach der Eingabe von „SMS“ im Zustand z3

2.) gesetzt der Fall, dass „SMS“ nicht in der Zeichenkette vorkommt:
→ in diesem Fall ist der Akzeptor nach der Eingabe einer Zeichenkette nicht im Zustand z3;
<u>Begründung:</u> wenn sich der Automat nach der Eingabe der Zeichenkette im Zustand z3 befindet, dann kann er dahin nur vom Zustand z2 gekommen sein; dies ist aber nur möglich, wenn in z2 ein 'S' eingegeben wurde;
zum Zustand z2 kann der Automat nur von Zustand z1 gekommen sein, was voraussetzt, dass im Zustand z1 ein 'M' eingegeben wurde;
um zum Zustand z1 zu kommen, muss entweder im Zustand z1 oder im Zustand z0 ein 'S' eingegeben worden sein;
in umgekehrter Reihenfolge zusammen gesetzt kommt man daher zum Schluss: der Akzeptor kann sich nur genau dann im Zustand z3 befinden, wenn das Wort „SMS“ in der Zeichenkette vorkam, ansonsten befindet sich der Automat nicht in z3

Zu 3.) Akzeptor, welcher eine Zeichenkette akzeptiert, die zumindest „SMS“ oder „UMTS“ enthält:



A … Eingabealphabet, welches mindestens die Zeichen 'M', 'S', 'T' und 'U' enthält

Zustandsmenge: $Z:=\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$

Anfangszustand: z_0

Endzustandmenge: $F:=\{z_5\}$

Überführungsfunktion: $f(z_i, c)=z_j$

→ Akzeptor: (A, Z, z_0, F, f) mit $f: Z \times A \to Z$, $F \subseteq Z$